

---

# Interrogation n°7 — Déterminants (sujet A)

NOM : ..... Prénom : ..... Note :

1) Soit  $f : E^n \rightarrow \mathbb{K}$  une forme  $n$ -linéaire. Donner la définition de “ $f$  est alternée”.

2) Soit  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Donner une formule faisant intervenir  $A$  et sa comatrice notée  $\text{Com}(A)$ . En déduire l'inverse de  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  si  $ad - bc \neq 0$ .

3) On pose  $j = e^{i\frac{2\pi}{3}}$  et pour tous  $a, b, c \in \mathbb{C}$ , on considère le système  $\begin{cases} x + y + z = a \\ x + jy + j^2z = b \\ x + j^2y + jz = c \end{cases}$ . Calculer le déter-

minant de la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & j & j^2 \\ 1 & j^2 & j \end{pmatrix}$  et montrer qu'il est non nul. Appliquer les formules de Cramer

pour obtenir  $x, y$  et  $z$ . *On donnera uniquement l'expression des déterminants des formules de Cramer sans chercher à les calculer.*

---

# Interrogation n°7 — Déterminants (sujet B)

NOM : ..... Prénom : ..... Note :

1) Soit  $f : E^n \rightarrow \mathbb{K}$  une forme  $n$ -linéaire. Donner la définition de “ $f$  est antisymétrique”.

2) On donne  $D = \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$ . Écrire le développement de  $D$  selon la deuxième colonne, puis en déduire la valeur de  $D$  (on ne demande pas de factoriser cette expression).

3) Soit  $A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -1 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 2 & 5 & 7 \\ 4 & 0 & 0 & 6 & -3 \\ 6 & -6 & -1 & 9 & 3 \end{pmatrix}$ . Calculer le mineur de  $A$  noté  $\Delta$  qui est composé des lignes 2 et 4 ainsi que des colonnes 2 et 5. Que peut-on en déduire sur le rang de  $A$  ? Même question avec le mineur de  $A$  noté  $\Delta'$  qui est composé des lignes 1, 3 et 4 ainsi que des colonnes 1, 3 et 4.